

УДК 625.144.5

DOI: <https://doi.org/10.18664/338.47:338.45.v0i62.133997>

## **ОПТИМИЗАЦИЯ ЗАТРАТ НА РЕКОНСТРУКЦИЮ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ ЛИНИИ ПОД СКОРОСТНОЕ ДВИЖЕНИЕ**

*Кравченя И.Н., к.т.н., доцент,  
Дубровская Т.А., ст. преподаватель (БелГУТ)*

*Повышение скоростей движения поездов на существующих железнодорожных линиях – одно из приоритетных направлений на железнодорожном транспорте.*

*Рассмотрена задача определения оптимальных скоростей движения поездов каждой категории в кривых при оптимальном возвышении наружного рельса, увеличении значения непогашенного ускорения, соблюдении условия равнонагруженности рельсовых нитей, условия комфортабельности езды пассажиров, при которых приведенные расходы на увеличение скорости в кривых будут минимальными.*

*Ключевые слова: железнодорожный транспорт, скоростное движение, ускорение, возвышение рельса, круговые кривые, метод неопределенных множителей Лагранжа.*

## **ОПТИМІЗАЦІЯ ВИТРАТ НА РЕКОНСТРУКЦІЮ ЗАЛІЗНИЧНОЇ ЛІНІЇ ПІД ШВИДКІСНЕ РУХ**

*Кравченя І.Н., к.т.н., доцент,  
Дубровська Т.А., ст. викладач (БелГУТ)*

*Підвищення швидкостей руху потягів на існуючих залізничних лініях - одно з пріоритетних напрямів на залізничному транспорті. Швидкісні перевезення*

© Кравченя И.Н.,  
Дубровская Т.А.

**Вісник економіки транспорту і промисловості № 62, 2018**

пасажирів у світовій практиці, як правила, впроваджуються на існуючих лініях зі змішаним вантажним і пасажирським рухом. Для підвищення швидкостей руху дорога має бути реконструйована. Завдання реконструкції - забезпечити комфортабельність їзди пасажирів і безпеку при високих швидкостях руху, а також збільшити можливу провізну здатність лінії, оскільки при швидкісному русі істотно збільшується знімання вантажних потягів пасажирськими і зростає необхідна пропускна спроможність залізниці. Частенько, сам план лінії стримує збільшення швидкостей на існуючих лініях за рахунок кривих малих радіусів. Це, у свою чергу, веде до реконструктивних заходів, спрямованих на збільшення радіусів. При цьому повинні дотримуватися усі вимоги до шляху по безпеці і комфорту пасажирів, а також фінансування цих заходів.

У статті розглянуто завдання визначення оптимальних швидкостей руху поїздів кожної категорії в кривих при оптимальному підвищенні зовнішньої рейки, збільшенні значення непогашеного прискорення, дотриманні умов рівнонапруженості рейкових ниток, умови комфортабельності їзди пасажирів, при яких приведені витрати на збільшення швидкості в кривих будуть мінімальними. При постановці і рішенні задачі по вибору оптимального радіусу кривою при мінімальних витратах за допомогою методу невизначених множників Лагранжа використано математичне моделювання і деякі розділи вищої математики. У основу пропонованої методики покладені принципи ухвалення рішень.

Рішення задачі дозволяє визначити оптимальні швидкості руху потягів кожної категорії по кривій певного радіусу з дотриманням усіх необхідних умов.

**Ключові слова:** залізничний транспорт, швидкісний рух, прискорення, піднесення рейки, кругові криві, метод невизначених множників Лагранжа

## OPTIMIZATION OF RECONSTRUCTION COSTS RAILWAY LINE UNDER HIGH SPEED MOTION

*Kravchenya I.N., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor  
Dubrouskaya T.A., Senior Lecturer (BelSUT)*

Increasing the speed of trains on existing railway lines is one of the priorities for railway transport. High-speed passenger transportation in the world, as a rule, introduced on existing lines with mixed freight and passenger traffic. To increase the speed of the road should be reconstructed. The objectives of the reconstruction are to ensure the safety and comfort of passengers at high speeds, as well as to increase the possible carrying capacity of the line, as at high-speed traffic significantly increases the removal of freight trains by passengers and increases the necessary capacity of the railway.

Often, it is the line plan that restrains the increase in speeds on existing lines due to the curves of small radii. This, in turn, leads to reconstruction activities aimed at increasing the radii. At the same time, all the requirements for the safety and comfort of passengers, as well as the financing of these activities, must be met.

The article deals with the problem of determining the optimal speeds of trains of each category in the curves at the optimal elevation of the outer rail, increasing the value of the outstanding acceleration, compliance with the conditions of equal load of the rail lines, the conditions of comfort of the passengers, in which the given costs of increasing the speed in the curves will be minimal.

In the formulation and solution of the problem of choosing the optimal radius of the curve at a minimum cost using the method of uncertain Lagrange multipliers used mathematical modeling and some sections of higher mathematics. The proposed method is based on the principles of decision-making.

*The solution of the problem allows us to determine the optimal speeds of trains of each category along the curve of a certain radius with all the necessary conditions.*

**Key words:** *railway transport, high-speed movement, acceleration, rail elevation, circular curves, method of uncertain multipliers of Lagrange.*

**Постановка проблеми.** Наиболее актуальной проблемой является организация скоростного движения на существующих железнодорожных линиях. Среди факторов, сдерживающих внедрение скоростного движения поездов, следует отметить характеристики плана трассы железной дороги.

Повышение скоростей движения на железной дороге, прежде всего, связано с величиной радиуса круговых кривых и возвышением наружного рельса. Однако скорость движения пассажирских поездов в кривых участках пути может быть повышена и за счет увеличения непогашенного ускорения в кривых от его допустимого значения, равного  $0,7 \text{ м/с}^2$ . При этом допустимый уровень непогашенного ускорения для подвижного состава определяется:

- уровнем воздействия на человека;
- динамико-прочностными показателями подвижного состава;
- показателями устойчивости пути против сдвига.

Функциональное состояние работника – интегральный качественный показатель наличных характеристик тех качеств и свойств организма, которые прямо или косвенно определяют комфорт человека, находящего в подвижном составе.

Ограничение допустимого уровня непогашенного ускорения с точки зрения динамических и прочностных характеристик экипажа устанавливают исходя из положения о недопустимости нарушения действующих требований к соответствующим показателям безопасности.

Допустимые уровни непогашенного ускорения по показателям воздействия на путь определяют с учетом корректировки отдельных показателей.

Ограничение скорости движения и величины непогашенного ускорения в кривых участках пути определяется наступлением ограничения хотя бы по одному показателю из приведенных выше.

**Анализ последних исследований.** Проблемами введения скоростного движения на существующих линиях с сохранением или минимальным переустройством плана линии занимались: Гавриленков А.В. [1], Н.Б. Курган [5], Д.Н. Курган [6], П.В. Панченко [7], И.И. Кантор [8], В.О. Певзнер [9], Е.С. Свинцов [10], С.В. Шкурников [11] и многие другие. Вопросам скоростного и высокоскоростного движения в зарубежных странах посвящены [12], [13].

**Нерешенные составляющие общей проблемы.** Проблема введения скоростного движения на существующих линиях весьма актуальна, но, одновременно, и очень сложная – отсутствие подвижного состава, полигона для исследований и нормативной базы, которая только начинает создаваться. XX и XXI век – вопрос повышения скоростей на пике своей актуальности.

**Целью** данного исследования является решение задачи определения оптимальных скоростей движения поездов каждой категории в кривых при минимальных расходах на реконструкцию железнодорожной линии под скоростное движение.

**Изложение основного материала исследования.** Задача определения оптимальных скоростей движения поездов различной категории в кривых может быть сформулирована следующим образом:

Пусть имеется участок железной дороги, на котором располагается  $m$  независимых (однорADIUSных и составных) кривых и обращаются поезда  $j$ -й ( $j = \overline{1, n}$ ) категории. Для каждой

кривой известны: длина кривой  $l$  (м), угол поворота  $\alpha$ , радиус кривой  $R$  (м).

Требуется определить скорости движения  $v_j$  поездов  $j$ -й ( $j = \overline{1, n}$ ) категории по кривой определенного радиуса при оптимальном возвышении наружного рельса  $h$  (мм), увеличении

значения непогашенного ускорения  $a_{nn}$ , соблюдении условия равнонагруженности рельсовых нитей, условия комфортабельности езды пассажиров при которых приведенные расходы на увеличение скорости в кривых будут минимальными:

$$E = f(v_1, v_2, \dots, v_n, h, a_{nn}) = l \sum_{j=1}^n c_j \frac{N_j}{v_j} \rightarrow \min \quad (1)$$

при ограничениях:

– соблюдение условия равнонагруженности рельсовых нитей:

$$\sum_{j=1}^n \beta_j v_j^2 = 12,96 \frac{ghR}{S}, \quad (2)$$

– соблюдение условия комфортабельности езды пассажиров:

$$h = 12,5 \frac{v_{\max}^2}{R} - \frac{S}{g} a_{nn}, \quad (3)$$

– на допустимые значения непогашенного ускорения:

$$a_{nn} \geq 0,7, \quad (4)$$

$$a_{nn} \leq 0,9. \quad (5)$$

где  $c_j$  – приведенная стоимость поезда  $j$ -й категории;

$N_j$  – количество поездов  $j$ -й категории;

$\beta_j$  – весовой коэффициент поезда  $j$ -й категории;

$g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;

$S$  – ширина между осями рельсов, мм;

$v_{\max}$  – максимальная скорость движения по данной кривой, км/ч;

$a_{nn}$  – непогашенное ускорение, м/с<sup>2</sup>.

Для решения поставленной задачи (1) – (5) будем использовать метод неопределенных множителей Лагранжа [14].

Поскольку в задаче ограничения имеют вид равенств и неравенств, то приведем задачу к ограничениям в форме равенств. В ограничения (4) и (5) введем дополнительные переменные  $x_1$  и  $x_2$ :

$$a_{nn} - x_1 = 0,7, \quad (6)$$

$$a_{nn} + x_2 = 0,9. \quad (7)$$

В целевую функцию (1) дополнительные переменные вводятся с коэффициентом ноль.

Таким образом, сведем задачу к случаю, когда ограничения – строгие равенства, но на переменные  $x_1$  и  $x_2$  наложено условие неотрицательности:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \quad (8)$$

Определение глобального минимума функции  $f$  осуществляется внутри области допустимых решений, где  $x_1 > 0$  и  $x_2 > 0$ , и на границе, где  $x_1 = 0$  и  $x_2 = 0$ .

Если предположить, что  $x_1 > 0$  и  $x_2 > 0$ , то функция Лагранжа будет иметь вид:

$$\begin{aligned} L(v_1, v_2, \dots, v_n, h, a_{nn}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, x_1, x_2) = & l \sum_{j=1}^n c_j \frac{N_j}{v_j} + \\ & + \lambda_1 \left( 12,96 \frac{ghR}{S} - \sum_{j=1}^n \beta_j v_j^2 \right) + \lambda_2 \left( 12,5 \frac{v_{\max}^2}{R} - 163 a_{nn} - h \right) + \\ & + \lambda_3 (0,7 - a_{nn} + x_1) + \lambda_4 (0,9 - a_{nn} - x_2), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  – неопределенные множители Лагранжа.

Найдем частные производные функции Лагранжа по неизвестным величинам  $v_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ),  $h$ ,  $a_{ин}$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ ,  $\lambda_4$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  и приравняем их нулю.

В результате получим систему уравнений:

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{ин}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial v_j} = -l c_j \frac{N_j}{v_j^2} + 2 \lambda_1 \beta_j v_j = 0, \quad j = \overline{1, n}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{ин}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial h} = \lambda_1 12,96 \frac{gR}{S} - \lambda_2 = 0; \quad (11)$$

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{ин}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial a_{ин}} = -163 \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4 = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{ин}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial \lambda_1} = 12,96 \frac{g h R}{S} - \sum_{j=1}^n \beta_j v_j^2 = 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{ин}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial \lambda_2} = 12,5 \frac{v_{\max}^2}{R} - 163 a_{ин} - h = 0. \quad (14)$$

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{ин}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial \lambda_3} = 0,7 - a_{ин} + x_1 = 0; \quad (15)$$

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{ин}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial \lambda_4} = 0,9 - a_{ин} - x_2 = 0; \quad (16)$$

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{ин}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial x_1} = \lambda_3 = 0; \quad (17)$$

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{ин}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial x_2} = \lambda_4 = 0. \quad (18)$$

Следовательно, если минимум функции  $f$  достигается при  $x_1 > 0$  и  $x_2 > 0$ , то ограничения-неравенства (4) и (5) можно не учитывать, так как соответствующие множители Лагранжа  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$  тождественно обращаются в нуль.

Если предположить, что какая-то из переменных  $x_1$  или  $x_2$  равна нулю, то это говорит о том, что соответствующее ограничение выполняется как строгое равенство. Для них  $\lambda_i \neq 0$ .

Таким образом, в точке минимума или дополнительные переменные, или соответствующие множители Лагранжа  $\lambda_i$  равны нулю.

Следовательно, для того, чтобы найти глобальный минимум функции  $f$  необходимо:

1. Найти решения задачи, когда отброшены ограничения в форме неравенств (4) и (5), и для каждого решения найти  $f$ .

2. К системе исходных ограничений добавить одно неравенство, затем другое. Рассматривать лишь те решения, которые удовлетворяют всем ограничениям.

Таким образом, первоначально будем рассматривать задачу без учета ограничений (4) и (5):

$$E = f(v_1, v_2, \dots, v_n, h) = l \sum_{j=1}^n c_j \frac{N_j}{v_j} \rightarrow \min \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^n \beta_j v_j^2 = 12,96 \frac{ghR}{S}, \quad (20)$$

$$h = 12,5 \frac{v_{\max}^2}{R} - 163 a_{\text{нн}}, \quad (21)$$

Составим функцию Лагранжа:

$$\begin{aligned} L(v_1, v_2, \dots, v_n, h, \lambda_1, \lambda_2) = & l \sum_{j=1}^n c_j \frac{N_j}{v_j} + \lambda_1 \left( 12,96 \frac{ghR}{S} - \sum_{j=1}^n \beta_j v_j^2 \right) + \\ & + \lambda_2 \left( 12,5 \frac{v_{\max}^2}{R} - 163 a_{\text{нн}} - h \right), \end{aligned} \quad (22)$$

Найдем частные производные функции Лагранжа по неизвестным величинам  $v_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ),  $h, \lambda_1, \lambda_2$ , приравняем их нулю. Система уравнений будет иметь вид:

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{\text{нн}}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial v_j} = -l c_j \frac{N_j}{v_j^2} + 2 \lambda_1 \beta_j v_j = 0, \quad j = \overline{1, n}; \quad (23)$$

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{\text{нн}}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial h} = \lambda_1 12,96 \frac{gR}{S} - \lambda_2 = 0; \quad (24)$$

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{\text{нн}}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial \lambda_1} = 12,96 \frac{ghR}{S} - \sum_{j=1}^n \beta_j v_j^2 = 0; \quad (25)$$

$$\frac{\partial L(v_1, \dots, v_n, h, a_{\text{нн}}, \lambda_1, \dots, \lambda_4, x_1, x_2)}{\partial \lambda_2} = 12,5 \frac{v_{\max}^2}{R} - 163 a_{\text{нн}} - h = 0. \quad (26)$$

Из выражения (23) получим:

$$l c_j N_j = 2 \lambda_1 \beta_j v_j^3; \quad (27) \quad \left( \frac{1}{2 \lambda_1} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{12,96 ghR}{S \sum_{j=1}^n (l c_j N_j)^{\frac{2}{3}} \beta_j^{\frac{1}{3}}}; \quad (31)$$

$$v_j = \left( \frac{l c_j N_j}{2 \lambda_1 \beta_j} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (28)$$

Подставим (28) в (25) и найдем  $\frac{1}{2 \lambda_1}$ :

$$\frac{1}{2 \lambda_1} = \left( \frac{12,96 ghR}{S \sum_{j=1}^n (l c_j N_j)^{\frac{2}{3}} \beta_j^{\frac{1}{3}}} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (32)$$

$$\sum_{j=1}^n \left( \frac{l c_j N_j}{2 \lambda_1 \beta_j} \right)^{\frac{2}{3}} \beta_j = 12,96 \frac{ghR}{S}; \quad (29) \quad \text{С учетом (26) и (32) получим:}$$

$$\sum_{j=1}^n \left( \frac{l c_j N_j}{2 \lambda_1} \right)^{\frac{2}{3}} \beta_j^{\frac{1}{3}} = 12,96 \frac{ghR}{S}; \quad (30) \quad v_j = \left( \frac{l c_j N_j}{\beta_j} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{12,96 ghR}{S \sum_{j=1}^n (l c_j N_j)^{\frac{2}{3}} \beta_j^{\frac{1}{3}}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (33)$$

Оптимальные скорости движения поездов  $j$ -й категории по кривой определенного радиуса при оптимальном ускорении, соблюдении условия равнонагруженности рельсовых нитей и условия комфортабельности езды возвышении наружного рельса, пассажиры составят допустимых значения непогашенного

$$v_j = \left( \frac{c_j N_j}{\beta_j} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{12,96 g R \left( 12,5 \frac{v_{\max}^2}{R} - 163 a_{\text{нм}} \right)}{S \sum_{j=1}^n (c_j N_j)^{\frac{2}{3}} \beta_j^{\frac{1}{3}}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (34)$$

При полученных оптимальных радиуса приведенные расходы будут значениями скоростей движения поездов  $j$ -й минимальными и составят категории по кривой определенного

$$E = l \sum_{j=1}^n c_j N_j \left[ \left( \frac{c_j N_j}{\beta_j} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{12,96 g R \left( 12,5 \frac{v_{\max}^2}{R} - 163 a_{\text{нм}} \right)}{S \sum_{j=1}^n (c_j N_j)^{\frac{2}{3}} \beta_j^{\frac{1}{3}}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1}. \quad (35)$$

Варьируя значения непогашенного ускорения от 0,7 до 0,9 будут определены оптимальные скорости движения поездов каждой категории, при которых приведенные расходы на увеличение скорости в кривых будут минимальными.

**Заключение.** Таким образом, выбор варианта реконструкции круговых кривых для организации скоростного и высокоскоростного движения на эксплуатируемых линиях будут производиться при полученном оптимальном распределении скорости движения поездов различных категорий и минимальных капиталовложениях.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Теоретические основы проектирования скоростных и высокоскоростных железнодорожных магистралей : монография / [А.В. Гавриленков] ; под науч. ред.

С.М.Гончарука. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2004. – 213 с.

2 Кравченя И.Н. Определение оптимальных скоростей движения поездов в кривых при введении скоростного движения [Текст] / И.Н. Кравченя, Т.А. Руденко // Транспорт и транспортная логистика : Бюллетень научных работ Брянского филиала МИИТ, № 2 (4). – Брянск : ООО «Дизайн-Принт», 2013. – С. 15-17.

3 Масловская Е.М. Обоснование технических параметров железнодорожных линий при организации скоростного движения [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.22.08 / Масловская Елена Михайловна. – Гомель, 2003. – 123 с.

4 Зайцева И.Ю. Особенности создания на железных дорогах Украины сети скоростных железнодорожных магистралей [Текст] / И. Ю. Зайцева // Вестник экономики транспорта и промышленности. – 2017. – № 60. – С. 86 - 93.

5 Курган Н.Б. Научные основы переустройства существующих железных дорог Украины для введения скоростного движения поездов [Текст] : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.22.06 / УкрДУЗТ. – Днепропетровск, 2004. – 33 с.

6 Курган, Д. Н. Методология расчетов железнодорожной колеи при взаимодействии со скоростным подвижным составом [Текст] : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.22.06 / УкрДУЗТ. – Днепропетровск, 2017. – 35 с.

7 Панченко П. В. Обоснование норм содержания железнодорожной колеи в плане при скоростном движении [Текст] : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.22.06 / УкрДУЗТ. – Днепропетровск, 2014. – 20 с.

8 Кантор И. И. Высокоскоростные железнодорожные магистрали: трасса, подвижной состав, магнитный подвес [Текст] / И. И. Кантор. – М. : Маршрут, 2004. – 51 с.

9 Певзнер В. О. Состояние железнодорожного пути и установление скоростей движения [Текст]: дис. ... докт. техн. наук 05.22.06 / Певзнер Виктор Ошерович. – М., 1991 г. – 331 с.

10 Свинцов, Е. С. Методика оценки экономической эффективности проектных решений / Е. С. Свинцов, А. В. Романов, Е. Г. Алексеева // Сб. докладов 58-й научно-технической конференции – СПб. : ПГУПС, 1998. – С. 21-22.

11 Шкурников С. В. Повышение скоростей движения поездов на основе модернизации постоянных устройств однопутных железных дорог [Текст] : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.22.06 / ЛИИЖТ. – Л., 1990. – 26 с.

12 Economic Analysis of High Speed Rail in Europe. Fundacion BBVA, 2009. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://w3.grupobbva.com/TLFU/dat/inf\\_web\\_economic\\_analysis.pdf](https://w3.grupobbva.com/TLFU/dat/inf_web_economic_analysis.pdf). – Дата доступа : 15.04.2018.

13 Frédéric Dobruszkes, Catherine Dehon, Moshe Givoni Does European high-speed rail affect the current level of air services? An EU-wide analysis // Transportation Research Part A № 69.– Elsevier, 2014.– P.461 – 475 p.

14 Taha, Hamdy A. Operations research: an introduction.– 8<sup>th</sup> ed.– New Jersey: Upper Saddle River, 2007. – 815 p.