средств следует иметь в виду, что они не могут быть непроизводственными, что следует из определения этого понятия. К числу активных основных средств следует относить инвентарные объекты, используемые для непосредственного воздействия на предмет труда. Объекты, применяемые в процессе управления производственной деятельностью организации, следует относить к пассивным орудиям труда.

Для оценки эффективности использования активных основных средств следует ввести понятие «полезный результат», который будет характеризовать, то, что создано в процессе использования данного вида основных средств. Оценку эффективности использования пассивных основных средств следует осуществлять на основе размера произведенной продукции организации. На основе полученных результатов следует рассчитывать обобщающий показатель отдачи основных средств по продукции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Курс социально-экономической статистики [Текст]: учебник / М.Г. Назаров, В.Е. Адамов, И.К. Беляевский и др.; под ред. проф. М.Г. Назарова. –2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 607 с.

2 Статистика железнодорожного транспорта [Текст]: учебник / Под ред. И.В. Кочетова. – М.: Трасжелдориздат, 1941. – 600 с.

3 Словарь иностранных слов [Текст]. – 18-е изд. – М.: Русский язык, 1989. – 624 с.

4 Ожегов С.И. Толковый словарь русского языка: около 100000 слов, терминов и фразеологических выражений [Текст] / Под ред. проф. Л.И. Скворцова. – 27-е изд., испр. – М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2013. – 736 с.

Эксперт редакционной коллегии *к.э.н., доцент УкрГУЖТ Уткина Ю.Н.*

УДК 338.242

ИНСТРУМЕНТАРИЙ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ МНОГОЭТАПНЫХ ЗАДАЧ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТРАНСПОРТНОЙ ЛОГИСТИКИ

Гамбаров Л. А., д.т.н., професор,
Кузьминчук Н.В., д.э.н., професор,
Чернышёва Н. П., к.т.н., доцент (НТУ "ХПІ")

При планировании бизнес-процессов предприятия особенно актуальным является создание инструментария построения моделей многоэтапных задач его производственно-транспортной логистики. Решение таких задач носит проблемный характер, поскольку приводит к необходимости разработки взаимосвязаных моделей, методов и алгоритмов. Авторы предлагают математический аппарат формального представления многоэтапных задач с помощью использования семейств унифицированных моделей с необходимыми свободными параметрами, которые позволяют конструировать модели многоиндексных задач.

Ключевые слова: производственно-транспортная логистика, многоэтапная транспортная задача, конструирование моделей, структурные элементы.

ІНСТРУМЕНТАРІЙ ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ БАГАТОЕТАПНИХ ЗАВДАНЬ ВИРОБНИЧО-ТРАНСПОРТНОЇ ЛОГІСТИКИ

Гамбаров Л. А., д.т.н., професор,
Кузьминчук Н.В., д.е.н., професор,
Чернишова Н. П., к.т.н., доцент (НТУ " ХПІ")

При плануванні бізнес-процесів підприємства особливо актуальним є створення інструментарію побудови моделей багатоетапних завдань його виробничо-транспортної логістики. Розв'язання таких завдань носить проблемний характер, оскільки призводить до необхідності розробок взаємопов'язаних моделей, методів і алгоритмів. Автори пропонують математичний апарат формального представлення багатоетапних завдань за допомогою використання сімейств уніфікованих *моделей з необхідними вільними параметрами, які дозволяють конструювати моделі багатоіндексних завдань.*

Ключові слова: виробничо-транспортна логістика, багатоетапне транспортне завдання, конструювання моделей, структурні елементи.

TOOLS of CONSTRUCTION of MODELS of MULTISTAGE TASKS of PRODUCTIVELY-TRANSPORT LOGISTIC

Gambarov L. A., Doctor of Technical Sciences, professor,
Kuzmynchuk N. V., Doctor of Economic Sciences, professor,
Chernysheva N. P., Candidate of Technical Sciences, associate professor (NTU "KPI")

Successive processes of manufacture of various products, deliver them to a recycling point in the other, the production of these products and their delivery to final consumers are tasks production and transport logistics. They appear in productions of multi-stage production and transportation problems, the objective function of which is to minimize the total cost of the production and transportation of raw materials and finished products. When planning the business processes of particular relevance is the creation of tools for constructing models of appropriate logistical problems, since logistics is primarily a strategic management tool, with which you can improve the strategic position of the company and raise its competitiveness. The solution of such problems is a problematic character, since it leads to the need to develop linked models, methods and algorithms. The authors propose a mathematical apparatus of formal representation multistep tasks by using a family of unified models of one- and two-index problems with the necessary free parameters that allow you to design a model of multi-index problems in a sequence determined by the objectives of the ongoing operation.

Keywords: production and transport logistics, multi-stage transport problem, the construction of models, structural elements.

Постановка проблемы и ее связь с научными и практическими заданиями. Для любого предприятия, функционирующего в развитой экономической среде, эффективное управление логистикой является жизненно важным аспектом, позволяющим соединить места производства и потребления продукции как во времени, так и в пространстве. Применение принципов логистики объясняется необходимостью сокращения интервалов времени между приобретением сырья и материалов и реализацией готовой продукции конечным потребителям или посредникам

Важнейшей характеристикой логистики является системный подход к бизнес-процессу. Как и у каждой функциональной сферы предприятия, у логистики есть свои цели и задачи, которые направлены на достижение общей цели предприятия. Главной целью логистики является создание доходов предприятия (главным образом благодаря надежному и точному обслуживанию клиентов), объем которых превышает логистические затраты, т.е. основным назначением логистики является минимизация совокупных затрат и максимальное удовлетворение клиента одновременно. Например, затраты на транспорт и складское хранение возможно значительно сократить, благодаря правильной стратегии в логистике предприятия, в результате чего снижается себестоимость товара [1].

Таким образом, логистика является в первую очередь, инструментом стратегического управления, при помощи которого можно улучшить стратегическое положение предприятия и поднять его конкурентоспособность. То есть задача управления в области логистики связана не столько с управлением материальным потоком, сколько с обеспечением механизма разработки стратегий и задач для повседневной деятельности хозяйствующего субъекта [2].

Последовательные процессы выпуска различных видов продукции, доставки их в пункты переработки в другие виды, производства этих видов продукции и доставки их конечным потребителям являются задачами производственно-транспортной логистики (ПТЛ). Они отображаются в постановках многоэтапных производственно-транспортных задач, целевой функцией которых является минимизация всех суммарных затрат на производство и транспортировку сырья и готовой продукции. Решение таких задач носит проблемный характер, поскольку приводит к необходимости разработки взаимосвязанных моделей, методов и алгоритмов. Таким образом, создание инструментария построения моделей многоэтапных задач ПТЛ становятся особенно актуальным при планировании бизнес-процессов предприятия.

Анализ исследований и публикаций. Большой интерес к методам решения многоэтапных задач ПТЛ и их различных обобщений привел к появлению многих публикаций, освещающих отдельные стороны проблемы. Значительное развитие теория многоиндексных транспортных задач получила в работах Е. Гольдштейна [3], В. Цуркова [4], Л. Гамбарова [5], К. Хедли [6]. В частности, теория многоиндексных задач линейного программирования в общем виде (для произвольного числа индексов) представлена работами Б. Верховского [7-9]. Как правило, рассматриваемые модели таких задач обладают рядом свойств, близких к транспортной задаче, что позволяет использовать эти свойства при разработке методов их решения. Как отмечает Н. Шор [10], они могут быть использованы при построении схем декомпозиции, которые в сочетании с методами негладкой оптимизации позволяют получить значительный вычислительный эффект.

Выделение нерешенных частей общей проблемы. Главные трудности, с которыми сталкиваются исследователи при решении многоэтапных задач ПТЛ, связаны с их высокой размерностью, особенно при возрастании числа индексов у переменных. Решение таких задач простыми способами, подобными методу потенциалов [3] и его модификациям, оказывается принципиально невозможным. Использование же методов линейного программирования также не решает проблемы размерности.

Целью данной статьи является разработка математического инструментария формального представления моделей многоэтапных задач ПТЛ с помощью семейства унифицированных моделей одно- и двухиндексных задач, обладающих необходимыми свободными параметрами, которые позволяют конструирование моделей многоиндексных задач в последовательности, определяемой целями проводимой операции**.**

Изложение основного материала. Термин «многоэтапность» используется совместно как с понятием «модель», так и с понятием «задача». В первом случае он отражает специфику структуры целевой функции и ограничений многоиндексной линейной аналитической модели транспортного типа (многоэтапная транспортная модель). Во втором случае – цель исследования, которая может быть реализована на указанной модели.

Следует отметить, что модель *m*-этапной транспортной задачи может отражать различное экономическое содержание. С одной стороны, она используется при определении структуры перевозок в условиях различных ограничений (*m*-этапная задача планирования перевозок), а с другой – при определении структур производства, поставок продукции потребителям и потребления её (*m*-этапная задача производственно-транспортной логистики в структурной иерархии «производство–поставки–потребление»).

В статье предлагается воспользоваться одноэтапной T_1 и двухэтапной T_2 моделями транспортных задач, в качестве вспомогательного инструмента, при конструировании моделей *m*-этапных транспортных задач различного экономического содержания.

При этом задача T_1 имеет следующий экономический смысл. Известны пункты $i \in I$ производства продукции $l \in L$ и пункты ее потребления $k \in K$, матрица $\{c^{(1)}_{ikl}\}$ – транспортных издержек на доставку единицы продукции номенклатуры l по соответствующим маршрутам, матрица $\{a_{il}\}$ – объемы производства и соответствующие им фонды потребления – матрица $\{b_{kl}\}$. С целью доставки потребителям необходимой продукции необходимо определить план перевозок $\{x^{(1)}_{ikl}\}$ по критерию минимума затрат.

Одноэтапная транспортная задача T_1 представляется следующей моделью (1).

Пусть

$$F_1(x_1) = \sum_{i\in I}\sum_{k\in K}\sum_{l\in L} c^{(1)}_{ikl} x^{(1)}_{ikl} \qquad (1)$$

и требуется найти x_1^*:

$$\min\{F_1(x_1) \mid x_{(1)} \in X_1\} = F_1(x_1^*),$$

где X_1 – множество векторов, удовлетворяющих ограничениям

$$\sum_{k\in K} x^{(1)}_{ikl} = a_{il}, \qquad i \in I = \{1,\dots,r_1\}, \qquad l \in L = \{1,\dots,q\},$$

$$\sum_{i\in I} x^{(1)}_{ikl} = b_{kl}, \qquad k \in K = \{1,\dots,r_2\}, \qquad l \in L,$$

$$x^{(1)}_{ikl} \ge 0, \qquad i \in I, \qquad k \in K, \qquad l \in L.$$

Отсутствие связывающих ограничений по видам продукции $l \in L$ в модели (1) позволяет свести задачу T_1 к решению q независимых классических транспортных задач [5] с дальнейшим суммированием транспортных издержек. Данная модель является одноэтапной моделью транспортной логистики в условиях транзитной формы снабжения.

Рассмотрим теперь двухэтапную транспортную задачу T_2.

Пусть

$$F_2(x_2) = F_1(x_1) + \sum_{k\in K}\sum_{\lambda\in\Lambda}\sum_{l\in L} c_{k\lambda l}^{(2)} x_{k\lambda l}^{(2)} \qquad (2)$$

и требуется найти x_2^*:

$$min\{F_2(x_2) \mid x_{(2)} \in X_2\} = F_2(x_2^*)$$

где $X_2 \supset X_1$ при условии, что $\sum_{i\in I} x_{ikl}^{(1)} = \sum_{\lambda\in\Lambda} x_{k\lambda l}^{(2)} = h_{kl}$, $k \in K,\ l \in L$, а разность $X_2 \setminus X_1$ – есть множество векторов, удовлетворяющих следующим ограничениям

$$\sum_{k\in K} x_{k\lambda l}^{(2)} = b_{\lambda l}, \qquad \lambda \in \Lambda = \{1,\dots,r_3\}, \qquad l \in L,$$

$$\sum_{\lambda\in\Lambda}\sum_{l\in L} x_{k\lambda l}^{(2)} \le d_k,\ k \in K,$$

$$x_{k\lambda l}^{(2)} \ge 0,\ k \in K, \qquad \lambda \in \Lambda, \qquad l \in L.$$

Здесь и далее задание значений $d_k,\ k \in K$ осуществляется таким образом, чтобы не нарушалась совместность условий.

Задача T_2, представленная моделью (2) может иметь различный экономический смысл $p = \{1,\dots,n\}$, где n – количество рассматриваемых экономических смыслов задачи T_2. Соответствующие этим смыслам двухэтапные транспортные задачи обозначим как $T_2^{(p)}$, $p = \overline{1,n}$ и будем называть их модификациями задачи T_2. Для каждой модификации $T_2^{(p)}$ обозначения модели (2) в общем случае приобретают иной смысл. Рассмотрим, для примера, шесть видов $p = 6$ экономического содержания $T_2^{(p)}$ и охарактеризуем каждую модификацию.

Модификация $T_2^{(1)}$. Будем трактовать ее как задачу совместного определения структуры производства неоднородной продукции $l \in L$ и структуры ее поставок в условиях транзитной формы снабжения. При этом заданы K – множество пунктов производства и Λ – множество пунктов потребления неоднородной продукции $l \in L$. Относительно продукции номенклатуры l известны следующие два аспекта. Во-первых, известны $\{b_{\lambda l}\}$ – заказы потребителей $\lambda \in \Lambda$ на продукцию $l \in L$. Во-вторых, сформулированы требования к процессу производства продукции, а именно: заданы d_k– верхняя граница мощности производства для всех пунктов $k \in K$ и a_l – общий объем производства продукции номенклатуры l, известны $\{c_{kl}^{(1)}\}$ – затраты на производство единицы продукции $l \in L$ в пунктах ее производства $k \in K$, также известны $\{c_{k\lambda l}^{(2)}\}$ – удельные транспортные издержки. Необходимо определить минимальные суммарные издержки на производство неоднородной продукции и доставку её потребителям, т.е. следует найти $\{x_{kl}^{(1)}\}$ – вектор, характеризующий структуру производства, и $\{x_{k\lambda l}^{(2)}\}$ – вектор, характеризующий структуру перевозок.

Основная особенность модификации $T_2^{(1)}$ состоит в том, что для нее объектом управления является система «производство–доставка потребителям», которая представляется частным случаем исследуемой авторами системы. Как видно, модель (2) удовлетворяет требованиям задачи $T_2^{(1)}$ при условии, что в множестве I содержится лишь один элемент, т.е. $r_1 = 1$. В дальнейшем множество I, удовлетворяющее указанному требованию, будем называть условным поставщиком.

Модификация $T_2^{(2)}$. Будем трактовать ее как задачу определения плана поставок неоднородной продукции $l \in L$ в условиях транзитной формы снабжения и ограниченности пропускных способностей магистралей маршрутов перевозок. В этом случае изначально известными являются: I – множество пунктов производства, Λ – множество пунктов потребления неоднородной продукции $l \in L$, а также множество маршрутов перевозок $K = I \times \Lambda$, где $k = \overline{1,r_2}$, $r_2 = r_1 r_3$. Из определения множества

K следует, что i -й пункт производства связан с λ -м пунктом потребления только одним маршрутом. Известны также d_k, $k = \overline{1, r_2}$ – ограничения пропускных способностей магистралей всех маршрутов, $\{b_{\lambda l}\}$ – потребности в каждом l виде продукции $l \in L$ для каждого потребителя $\lambda \in \Lambda$, $\{a_{il}\}$ – возможности производства, $\{c_{i\lambda l}\}$ – удельные транспортные издержки. Необходимо определить $\{x_{i\lambda l}\}$ – оптимальный план перевозок, позволяющий минимизировать издержки на доставку неоднородной продукции.

Приведем задачу $T_2^{(2)}$ к виду, требованиям которого будет удовлетворять модель (2). Для этого будем трактовать множество маршрутов поставок K как множество промежуточных транспортных узлов с пропускной способностью d_k, $k = \overline{1, r_2}$. Принципиальным свойством модели транспортной задачи с промежуточными пунктами является необходимость разделения транспортных издержек $c_{i\lambda l}$, $l \in L$, соответствующих паре (i, λ), на составляющие издержки $c^{(1)}_{ikl}$ и $c^{(2)}_{k\lambda l}$,соответствующие парам (i, k) и (k, λ), что позволит сформировать матрицы $\left\{c^{(1)}_{ikl}\right\}$ и $\left\{c^{(2)}_{k\lambda l}\right\}$. Введем нумерацию маршрутов и соответствующих им промежуточных пунктов в соответствии со следующей формулой

$$k = (i-1)r_2 + \lambda, \qquad i \in I, \qquad \lambda \in \{1, \dots, r_2\}.$$

Тогда для каждой пары (i, λ) появляется возможность вычислить $c^{(1)}_{ikl}$ и $c^{(2)}_{ikl}$ согласно следующих соотношений

$$c^{(1)}_{ikl} = \alpha c_{i\lambda l}, \qquad c^{(2)}_{k\lambda l} = (1-\alpha) c_{i\lambda l}, \qquad \alpha \in (0,1).$$

Удобно задавать $\alpha = \frac{1}{2}$, при этом получаем $c^{(1)}_{ikl} = c^{(2)}_{k\lambda l} = \frac{1}{2} c_{i\lambda l}$.

Таким образом, реализуется возможность перейти от задачи, связанной с определением вектора $\{x_{i\lambda l}\}$, к задаче отыскания векторов $\left\{x^{(1)}_{ikl}\right\}$ и $\left\{x^{(2)}_{k\lambda l}\right\}$. Следовательно, с учетом сделанных замечаний, модель (2) удовлетворяет требованиям задачи $T_2^{(2)}$.

Модификация $T_2^{(3)}$. В этом случае возможно рассмотрение задачи нахождения плана поставок неоднородной продукции $l \in L$ в условиях складской формы снабжения. Заданными при этом считаются: I – множество пунктов производства, Λ - множество пунктов потребления, K – множество промежуточных складов, d_k – сведения о пропускных способностях складов $k \in K$. Известны также вектор $\{a_{il}\}$ и вектор $\{b_{\lambda l}\}$, характеризующие возможности производства и необходимые потребности в продукции, при этом $i \in I$, $\lambda \in \Lambda$. Задана $\left\{c^{(1)}_{ikl}\right\}$ – матрица удельных издержек на транспортировку продукции по соответствующим маршрутам, а также на разгрузочно-погрузочные работы и хранение ресурсов на складах, т.е.

$$c^{(1)}_{ikl} = c^{(1)}_{ikl(\text{тр})} + c_{kl(\text{хр})} + c_{kl(\text{п})}, \qquad i \in I, \qquad k \in K, \qquad l \in L.$$

Также задана $\left\{c^{(2)}_{k\lambda l}\right\}$ – матрица удельных транспортных издержек при доставке продукции потребителям по соответствующим маршрутам.

Определению подлежат векторы $\left\{x^{(1)}_{ikl}\right\}$ и $\left\{x^{(2)}_{k\lambda l}\right\}$, характеризующие структуру поставок неоднородной продукции. Для оптимизации схемы поставок в условиях складской формы снабжения, необходимо найти минимальные издержки на доставку продукции, а также ее хранение, включая разгрузочно-погрузочные работы. Нетрудно увидеть, что модель (2) полностью удовлетворяет требованиям задачи $T_2^{(3)}$.

Модификация $T_2^{(4)}$. В этом случае также стоит задача отыскания структуры поставок неоднородного ресурса $l \in L$ в два этапа, но в отличие от задачи $T_2^{(3)}$ вместо складов используются пункты сортировки. Целесообразность постановки такой задачи объясняется следующими обстоятельствами [11].

Для надежного функционирования потребителей первостепенное значение имеет дисциплина поставок в соответствии с установленным органами снабжения планом-графиком. Наличие случайных помех в звене поставщик-потребитель может привести к существенным колебаниям уровня запаса ресурса l у потребителей (образование сверхнормативного запаса либо дефицита). С целью снижения искусственного дефицита необходимо перераспределить ресурсы $l \in L$. Однако решение этой задачи приводит к дополнительным затратам. Последние можно снизить, если воспользоваться тем очевидным результатом, что для заданной надежности функционирования потребителей централизованный запас продукции вида l всегда меньше суммарного. Это позволит, не создавая дополнительных резервов в исследуемой системе, повысить надежность функционирования потребителей, а, следовательно, и всей системы «поставщики-потребители». Пунктами, в которых формируется централизованный запас продукции вида l, могут быть пункты сортировки (например, сортировочные станции крупных железнодорожных узлов, находящиеся на достаточно близком расстоянии от пунктов потребления). Здесь, при необходимости, осуществляется перемаршрутизация ресурсов $l \in L$ (плановый маневр ресурсами), которая, в общем случае, может быть связана с дополнительными затратами. Задача состоит в отыскании такой структуры поставок, которая минимизирует издержки на транспортировку продукции, а также ее перемаршрутизацию. В указанной постановке задача $T_2^{(4)}$ отличается от задачи $T_2^{(3)}$ лишь содержательной стороной элементов матрицы $\left\{c_{ikl}^{(1)}\right\}$. Здесь

$$c_{ikl}^{(1)} = c_{ikl(\text{тр})}^{(1)} + c_{kl(\text{м})}, \quad i \in I, \quad k \in K, \quad l \in L,$$

где $c_{kl(\text{м})}$ – удельные издержки, связанные с плановым маневром ресурсами $l \in L$ в пунктах $k \in K$.

Модификация $T_2^{(5)}$. Эту модификацию будем трактовать как задачу определения такой структуры поставок, которая решает задачу выбора формы снабжения. Следует отметить, что проблема выбора формы снабжения весьма актуальна, и ее решению посвящен ряд публикаций, например [12], однако, как правило, в них используется традиционный подход к моделированию исследуемого объекта со свойственными этому подходу недостатками.

Постановка задачи $T_2^{(5)}$ состоит в следующем. Заданы множества I пунктов производства, $K_1 = \left\{1, \dots, r_1^{(1)}\right\}$ пунктов складирования и Λ пунктов потребления продукции $l \in L$. Известна информация о возможностях производства $\{a_{il}\}$ и потребностях $\{b_{\lambda l}\}$. Для складов $k \in K_1$ задана информация о пропускных способностях d_{K_1}. Известно, что имеется возможность выбора формы снабжения у каждого предприятия-потребителя $\lambda \in \Lambda$. Для реализации этой возможности задано множество $K_2 = \{1, \dots, r_2^{(2)} = r_1 r_2\}$ маршрутов поставок, определяющих связи пунктов $i \in I$ с пунктами $\lambda \in \Lambda$ при транзитной форме снабжения. Известны удельные транспортные издержки при транзитной форме снабжения – матрица $\{c_{i\lambda l}\}$, удельные издержки на транспортировку продукции по соответствующим маршрутам, а также разгрузочно-погрузочные работы и хранение ресурсов $l \in L$ на складах $k_1 \in K_1$ – матрица $\left\{c_{ik_1 l}^{(1)}\right\}$, также известны удельные транспортные издержки по соответствующим маршрутам – матрица $\left\{c_{k_1 \lambda l}^{(2)}\right\}$. Необходимо найти векторы $\{x_{i\lambda l}\}$, и $\left\{x_{k_1 \lambda l}^{(2)}\right\}$, характеризующие структуру поставок. Для оптимизации схемы поставок, в условиях выбора формы снабжения, необходимо найти минимальные издержки на транспортировку продукции, а также ее хранение, включая разгрузочно-погрузочные работы.

Преобразуем задачу $T_2^{(5)}$ к виду, требованиям которого будет удовлетворять модель (2). В этом случае, также как и в задаче $T_2^{(2)}$, множество маршрутов поставок K_2 будем трактовать как множество узлов, пропускные способности d_{k_2}, $k_2 \in K_2$, которых зададим в виде больших чисел. Это эквивалентно случаю неограниченности пропускной способности магистралей соответствующих маршрутов и, следовательно, не противоречит требованиям задачи $T_2^{(5)}$. Рассмотрим множество

$K = K_1 \cup K_2$ и матрицы $\left\{c_{ikl}^{(1)}\right\}$ и $\left\{c_{k\lambda l}^{(2)}\right\}$ такие, что для них $k \in K$. При этом, если $k_1 \in K_1 \subset K$, то соответствующие $c_{ikl}^{(1)}$ и $c_{k\lambda l}^{(2)}$ будем определять таким образом, как это сделано в задаче $T_2^{(3)}$, а, если $k \in K_2 \subset K$, то таким, как это сделано в задаче $T_2^{(2)}$. Определенные таким образом массивы $\left\{c_{ikl}^{(1)}\right\}$ и $\left\{c_{k\lambda l}^{(2)}\right\}$ позволяют перейти от задачи, связанной с определением векторов $\{x_{i\lambda l}\}$, и $\left\{x_{k_2\lambda l}^{(2)}\right\}$, к задаче нахождения векторов $x_{ikl}^{(1)}$ и $x_{k\lambda l}^{(2)}$. Следовательно, с учетом проведенных преобразований, модель (2) не противоречит требованиям задачи $T_2^{(5)}$.

Модификация $T_2^{(6)}$. В этом случае ставится задача совместного определения структуры поставок ресурсов $l \in L$ при транзитной форме снабжения и структуры их потребления.

В условиях самофинансирования задача определения структуры потребления так же актуальна, как и задача определения структуры производства. Не вдаваясь в подробности экономического анализа этой проблемы, следует отметить, что от ее решения существенно зависят как различные показатели эффективности исследуемой в работе системы «производство-поставки-потребление», так и значение ее критерия оптимальности.

Задача $T_2^{(6)}$ формулируется следующим образом. Заданы множество I пунктов производства неоднородной продукции $l \in L$ и множество K пунктов их потребления. Относительно ресурса l задана информация, характеризующая возможности производства $\{a_{il}\}$ и возможности потребления в виде ограничений на верхнюю границу развития мощностей d_k, $k \in K$, а также общий объем потребления b_l, $l \in L$, т.е. объем продукции номенклатуры l, который должен быть потреблен всем блоком потребления за рассматриваемый период. Известны удельные транспортные издержки на перевозку ресурсов $l \in L$ по соответствующим маршрутам – матрица $\left\{c_{ikl}^{(1)}\right\}$ и удельные издержки на потребление единицы продукции $l \in L$ в пунктах потребления $k \in K$ – матрица $\left\{c_{kl}^{(2)}\right\}$. Требуется найти вектор $\left\{x_{ikl}^{(1)}\right\}$, характеризующий структуру поставок, и вектор $\left\{x_{kl}^{(2)}\right\}$, характеризующий структуру потребления. Для оптимизации схем поставок и потребления необходимо найти минимальные суммарные издержки на транспортировку неоднородной продукции и на ее потребление.

Особенность модификации $T_2^{(6)}$ в том, что для нее объектом управления является система «поставки–потребление». Модель (2) не противоречит требованиям задачи $T_2^{(6)}$ при условии, что множество Λ содержит лишь один элемент, т.е. $r_2 = 1$. В дальнейшем множества, эквивалентные по физическому смыслу множеству Λ, будем называть условным потребителем.

Таким образом, задачи $T_2^{(p)}, p = \overline{1,6}$ (двухэтапные транспортные задачи), с одной стороны, достаточно широко охватывают проблемы производственно-транспортной логистики, а с другой – обладают важным свойством, суть которого состоит в возможности их формального представления с помощью семейства унифицированных моделей вида (2). Каждая из рассмотренных моделей обладает необходимыми свободными параметрами, которые позволяют подключить модели друг к другу в последовательности, определяемой целями проводимой операции. Эти параметры в модели (2) обозначены как $h_{kl}, k \in K, l \in L$.

Прежде, чем перейти к соответствующим обобщениям задач $T_2^{(p)}, p = \overline{1,6}$, следует отметить, что для последних предполагается выполнение следующего условия

$$\sum_{k\in K} d_k \geq \sum_{i\in I}\sum_{l\in L} a_{il} = \sum_{\lambda\in\Lambda}\sum_{l\in L} b_{\lambda l}.$$

Это условие является естественным для задач $T_2^{(p)}, p = \overline{1,6}$, всегда может быть выполнено и не снижает общности проводимых рассуждений.

Перейдем непосредственно к формулировке m-этапных транспортных задач и к построению их моделей. Рассмотрим варианты для $m = 3$ и 4.

Трехэтапная транспортная задача T_3.

Пусть

$$F_3(x_3) = F_2(x_2) + \sum_{\lambda \in \Lambda} \sum_{\mu \in M} \sum_{l \in L} c^{(3)}_{\lambda\mu l} x^{(3)}_{\lambda\mu l} \quad (3)$$

и требуется найти x_3^*:

$$\min\{F_3(x_3) \mid x_{(3)} \in X_3\} = F_3(x_3^*),$$

где $X_3 \supset X_2$ при условии, что

$$\sum_{k \in K} x^{(2)}_{k\lambda l} = \sum_{\mu \in M} x^{(3)}_{\lambda\mu l} = h_{\lambda l}, \quad \lambda \in \Lambda, \quad l \in L,$$

а разность $X_3 \setminus X_2$ представляет собою множество векторов, удовлетворяющих ограничениям

$$\sum_{\lambda \in \Lambda} x^{(3)}_{\lambda\mu l} = b_{\mu l}, \quad \mu \in M = \{1, \dots, r_4\}, l \in L,$$

$$\sum_{\mu \in M} \sum_{l \in L} x^{(3)}_{\lambda\mu l} \le d_k, \quad \lambda \in \Lambda,$$

$$x^{(3)}_{\lambda\mu l} \ge 0, \lambda \in \Lambda, \mu \in M, l \in L.$$

Рассмотрим задачу T_3, представленной, например, лишь одной модификацией T_3^1, объектом анализа которой является система «производство-поставки продукции-потребление». Ее экономический смысл связан с отысканием структур производства, поставок и потребления, которые обеспечивали бы минимальные суммарные издержки.

Исследуем возможность конструирования модификации $T_3^{(1)}$, как композиции модификаций двухэтапной задачи T_2. Для этого рассмотрим двухэтапные транспортные задачи в постановках $T_2^{(1)}$ и $T_2^{(6)}$. Первая из них связана с отысканием структур производства и поставок в условиях заданного объема потребления ресурсов $l \in L$ в каждом пункте потребления, а вторая – с определением структур поставок и потребления в условиях заданных объемов производства ресурсов $l \in L$ в каждом пункте производства. Таким образом, свободными параметрами задач, которые позволяют последние подключить друг к другу, являются параметры h, которые, с одной стороны, характеризуют структуру перевозок, а с другой – определяют структуры производства и потребления (наличие связывающих ограничений). Подобное подключение назовем композицией задач $T_2^{(1)}$ и $T_2^{(6)}$. Тогда модификация T_3^1 как композиция модификаций задачи T_2, может быть представлена в виде $T_3^1 = \{T_2^{(1)}, T_2^{(6)}\}$. Требованиям модификации $T_3^{(1)}$ полностью удовлетворяет модель (3). Здесь $I : r_1 = 1$ – условный поставщик, K - множество пунктов производства, Λ - множество пунктов потребления, $M : r_1 = 1$ – условный потребитель.

Четырехэтапная транспортная задача T_4.

Пусть

$$F_4(x_4) = F_3(x_3) + \sum_{\mu \in M} \sum_{\nu \in N} \sum_{l \in L} c^{(4)}_{\mu\nu l} x^{(4)}_{\mu\nu l} \quad (4)$$

и требуется найти x_4^*:

$$\min\{F_4(x_4) \mid x_{(4)} \in X_4\} = F_4(x_4^*),$$

где $X_4 \supset X_3$ при условии, что

$$\sum_{\lambda \in \Lambda} x^{(3)}_{\lambda\mu l} = \sum_{\nu \in N} x^{(4)}_{\mu\nu l} = h_{\mu l}, \quad \mu \in M, \quad l \in L$$

, а разность $X_4 \setminus X_3$ – есть множество векторов, удовлетворяющих ограничениям

$$\sum_{\mu \in M} x^{(4)}_{\mu\nu l} = b_{\nu l}, \quad \nu \in N = \{1, \dots, r_5\}, l \in L,$$

$$\sum_{\nu \in N} \sum_{l \in L} x^{(4)}_{\mu\nu l} \le d_\mu, \quad \mu \in M,$$

$$x^{(4)}_{\mu\nu l} \ge 0, \quad \mu \in M, \quad \nu \in N, \quad l \in L.$$

Модификация $T_4^{(1)}$. Данная модификация может быть представлена следующей композицией модификаций задачи T_2, $T_4^{(1)} = \{T_2^{(1)}, T_2^{(2)}, T_2^{(6)}\}$ и является задачей ПТЛ (задача $T_3^{(1)}$) с ограниченными пропускными способностями транспортных магистралей маршрутов поставок. Здесь и в дальнейшем, также как и в задаче ПТЛ, свободными параметрами, которые позволяют подключать задачи $T_2^{(p)}$, $p = \overline{1,6}$ в указанной композицией последовательности, являются параметры h, характеризующие структуру поставок. Фактически речь идет о подключении к блокам производства и потребления элементов транспортного блока, характеризующего различные способы транспортировки продукции из пунктов производства в пункты потребления.

Модель модификации $T_4^{(1)}$ имеет вид (4) с учетом следующих обозначений: I – условный поставщик, K – множество пунктов производства, Λ – множество маршрутов перевозок, которые интерпретируются как промежуточные узлы, M – множество пунктов потребления, N – условный потребитель.

Модификация $T_4^{(2)}$. Это задача ПТЛ в условиях складской формы снабжения, которая может быть представлена следующей композицией $T_4^{(2)} = \{T_2^{(1)}, T_2^{(3)}, T_2^{(6)}\}$. Модель модификации $T_4^{(2)}$ имеет вид (4), а ее обозначения отличаются от обозначений модификации $T_4^{(1)}$ лишь тем, что здесь Λ – множество пунктов складирования.

Модификация $T_4^{(3)}$. Она может быть определена как задача ПТЛ в условиях маневра ресурсами и представлена следующей композицией $T_4^{(3)} = \{T_2^{(1)}, T_2^{(4)}, T_2^{(6)}\}$. Обозначения в модели вида (4) для этой модификации отличаются от предыдущих тем, что в данном варианте Λ – это множество пунктов сортировки.

Модификация $T_4^{(4)}$. Это задача ПТЛ, связанная с выбором формы снабжения, причем $T_4^{(4)} = \{T_2^{(1)}, T_2^{(5)}, T_2^{(6)}\}$. Обозначения в модели этой задачи также аналогичны предыдущим, за исключением множества Λ. В этой модели $\Lambda = \Lambda_1 \cup \Lambda_2$, где Λ_1 – множество пунктов складирования, а Λ_2 – множество маршрутов перевозок, представленных как промежуточные узлы с неограниченными пропускными способностями $d_\lambda, \quad \lambda \in \Lambda_2$.

Выводы. В статье авторами предложен механизм формирования структуры комплексной математической модели многоэтапной оптимизационной задачи ПТЛ, а также разработаны и сконструированы соответствующие модели, которые, в зависимости от постановки прикладной задачи, могут быть ее структурными элементами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аникин Б.А. Коммерческая логистика / Б.А.Аникин, А.П.Тяпухин – М.: ТК Велби, 2005. – 432с.
2. Бродецкий Г.Л. Моделирование логистических систем. Оптимальные решения в условиях риска / Г.Л.Бродецкий. – М.: Вершина, 2006. – 376с.
3. Гольштейн Е.Г. Новые направления в линейном программировании / Е.Г.Гольштейн, Д. Б.Юдин. – М.: Сов. радио,1966. – 524 с.
4. Цурков В.И. Декомпозиция в задачах большой размерности… / В.И. Цурков - М.: Наука, 1981. – 352 с.
5. Гамбаров Л.А. Об одном методе декомпозиции многопродуктовой транспортной задачи с промежуточными узлами / Л.А. Гамбаров // Экономика и матем. методы. - 1987. –№ 1 – С. 165-168.
6. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование / Дж.Хедли. – М.: Мир, 1967. - 506 с.
7. Верховский Б.С. О многоиндексной транспортной задаче с аксиальными суммами / Б.С. Верховский // ДАН СССР. – 1964. – № 2. – С. 282-285.
8. Верховский Б.С. Многомерные задачи линейного программирования типа транспортной / Б.С. Верховский // ДАН СССР. – 1963. – № 3. – С. 515-518.
9. Верховский Б.С. О существовании решения многоиндексной задачи линейного программирования / Б.С. Верховский // ДАН СССР. – 1964. – № 4. – С. 763-766.
10. Шор Н.З. Методы оптимизации недефференцируемых функций и их приложения / Н.З.Шор. – Киев; Наукова думка, 1979. – 199 с.
11. Гамбаров Л.А. Об одной модификации транспортной задачи в условиях централизованного прикрепления поставщиков к потребителям / Л.А. Гамбаров // Вестн.Харьк. политехн.ин-та, № 209. Техн. Кибернетика и ее прил. – Харьков: Вища школа. - 1984. – Вып. 4. – С. 29-32.
12. Геронимус Б.Л. Оптимизация транзитного и складского снабжения / Б.Л. Геронимус, В.И. Шлефрин / / Экономика и матем. Методы. – 1975. – 11, № 6. – С. 1199-1203.

Эксперт редакционной коллегии *к.э.н., доцент УкрГУЖТ Уткина Ю.Н.*